

地域学入門

“local”, “global” の意味するもの

青木 昌雄

2019 年 5 月 29 日

数学は役に立つか

数学、好きですか？

数学、好きですか？

なぜ我々は数学を学んできたのか。

数学は役に立つか

数学は (地域の) 課題解決に役に立つか?

数学は役に立つか

数学は (地域の) 課題解決に役に立つか?

(直接的には) No!

数学は役に立つか

数学は (地域の) 課題解決に役に立つか?

(直接的には) No!

しかし

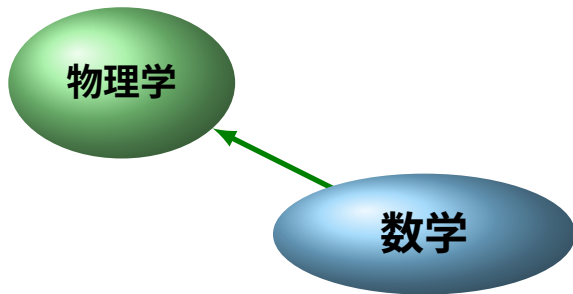
- 数学はさまざまな学問の基礎である。
- 数学によって新しい視点が生まれる。

数学はさまざまな学問の基礎である

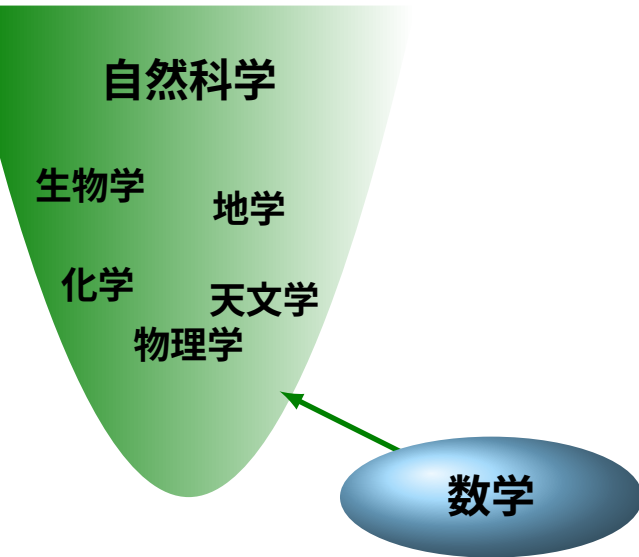


数学

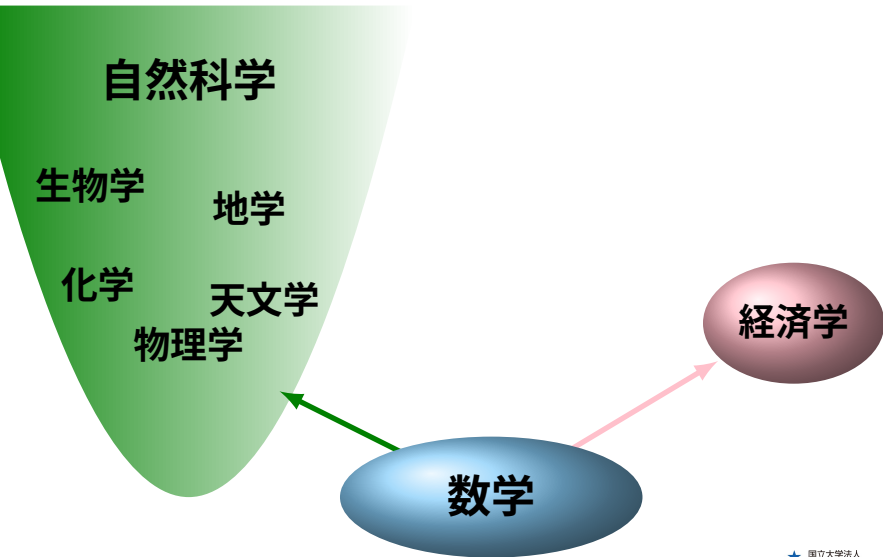
数学はさまざまな学問の基礎である



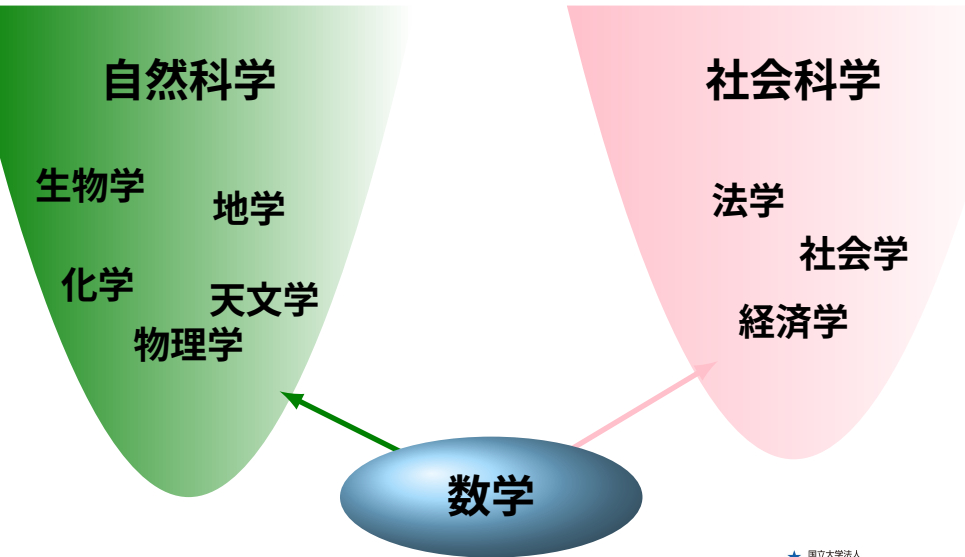
数学はさまざまな学問の基礎である



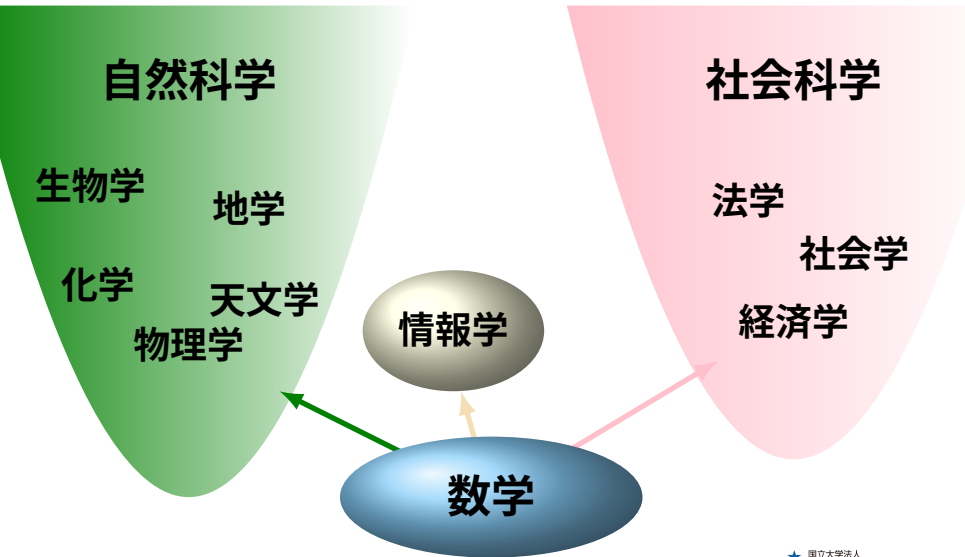
数学はさまざまな学問の基礎である



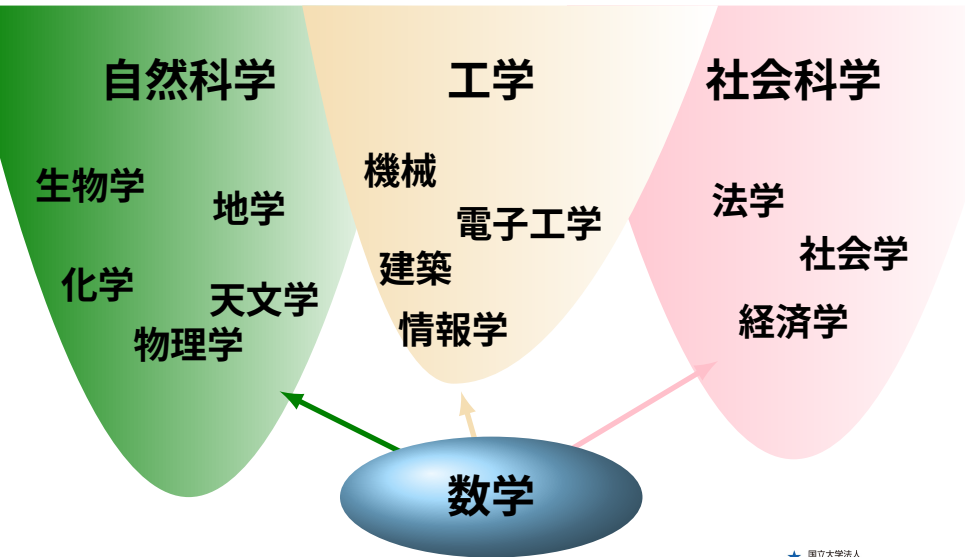
数学はさまざまな学問の基礎である



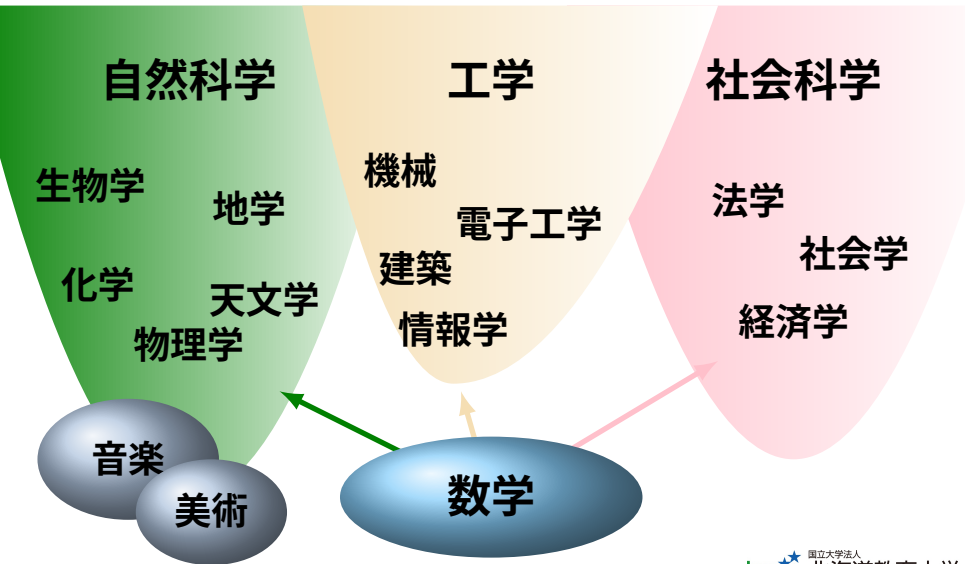
数学はさまざまな学問の基礎である



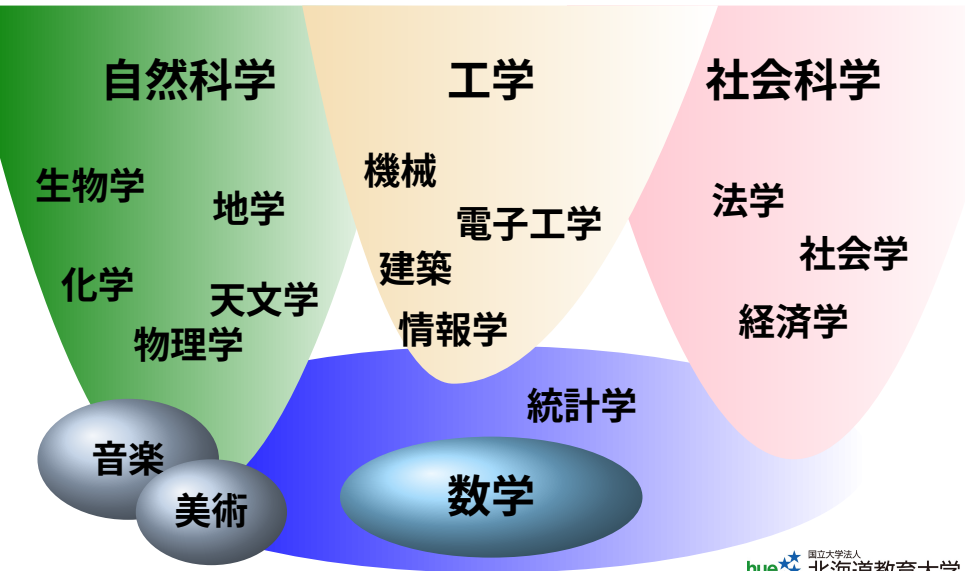
数学はさまざまな学問の基礎である



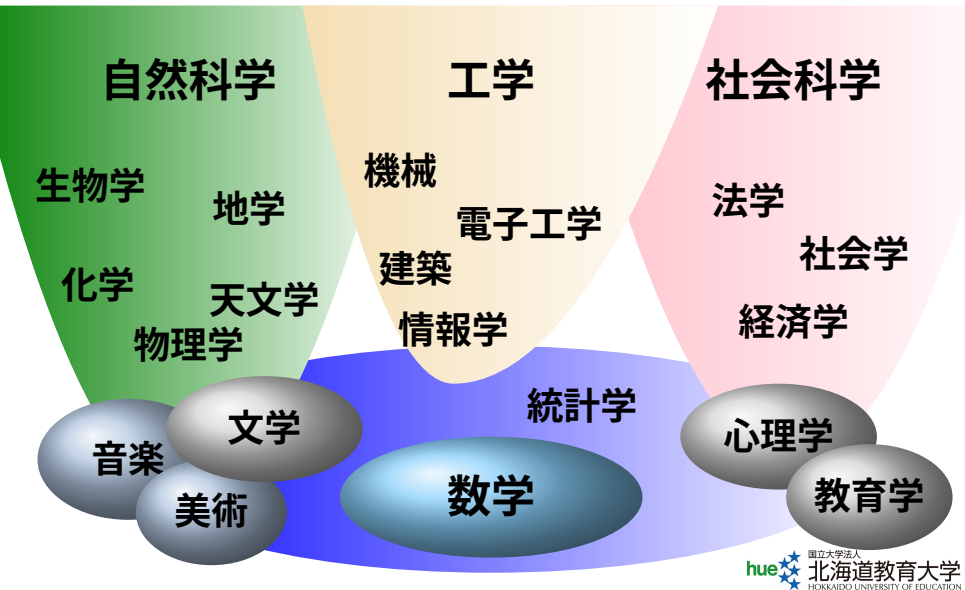
数学はさまざまな学問の基礎である



数学はさまざまな学問の基礎である

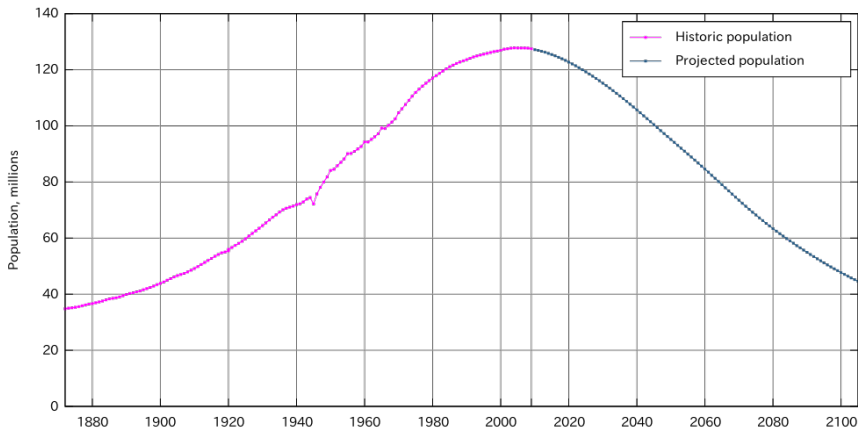


数学はさまざまな学問の基礎である



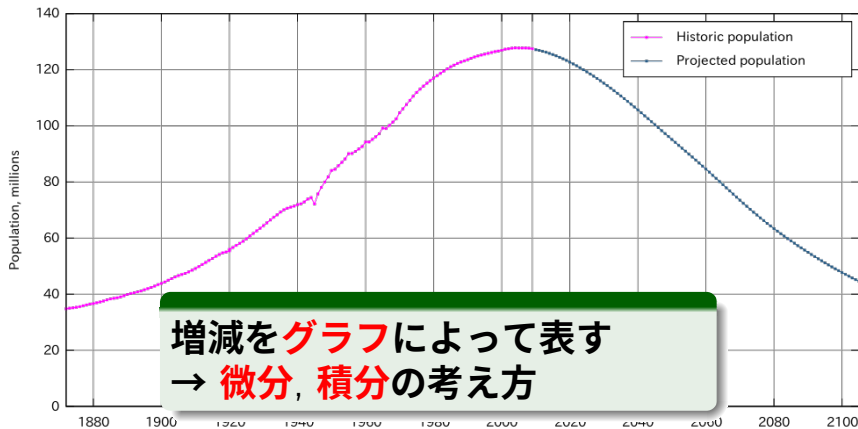
数学によって新しい視点が生まれる

数学によって新しい視点が生まれる



日本の人口

数学によって新しい視点が生まれる



増減を**グラフ**によって表す
→ **微分**, **積分**の考え方

日本の人口

「地域」を捉えるための数学

キーワード

local と global

「地域」を捉えるための数学

キーワード

local
局所

と

global
大域

「地域」を捉えるための数学

キーワード

local
局所 と global
大域

Local な情報と global な情報

- 「積分」の発想
- 多様体 – 「近傍」と「関係」から全体を捉える。

局所と大域

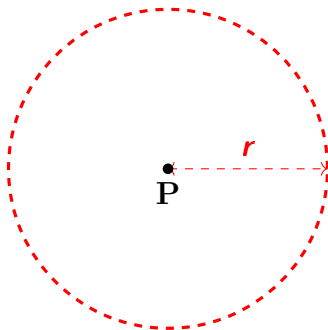
- 大域 – 対象全体を見る

局所と大域

- 大域 – 対象全体を見る
- 局所 – 1点の近くに注目する

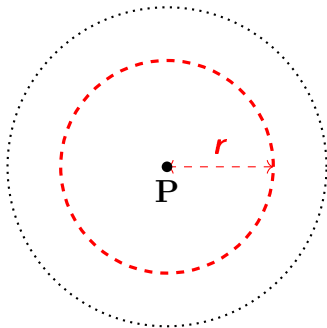
局所と大域

- 大域 – 対象全体を見る
- 局所 – 1点の近くに注目する



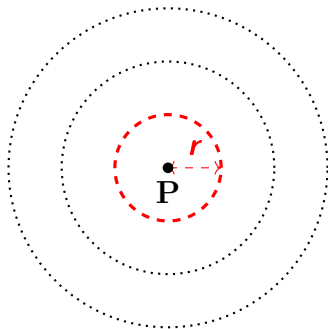
局所と大域

- 大域 – 対象全体を見る
- 局所 – 1 点の近くに注目する



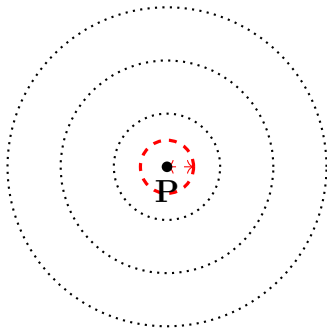
局所と大域

- 大域 – 対象全体を見る
- 局所 – 1 点の近くに注目する



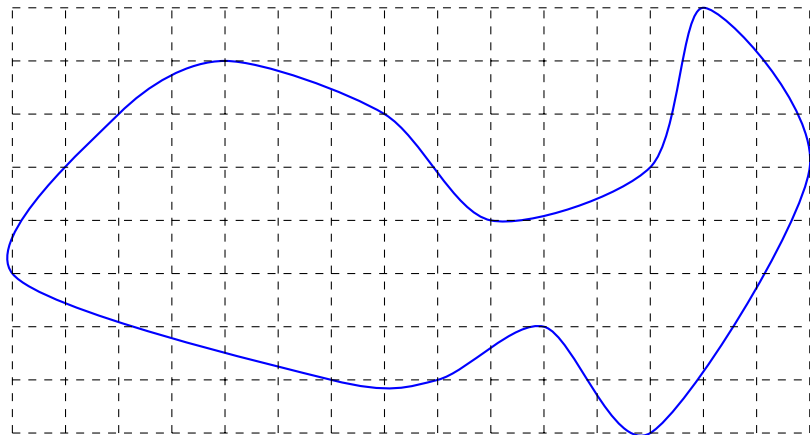
局所と大域

- 大域 – 対象全体を見る
- 局所 – 1点の近くに注目する



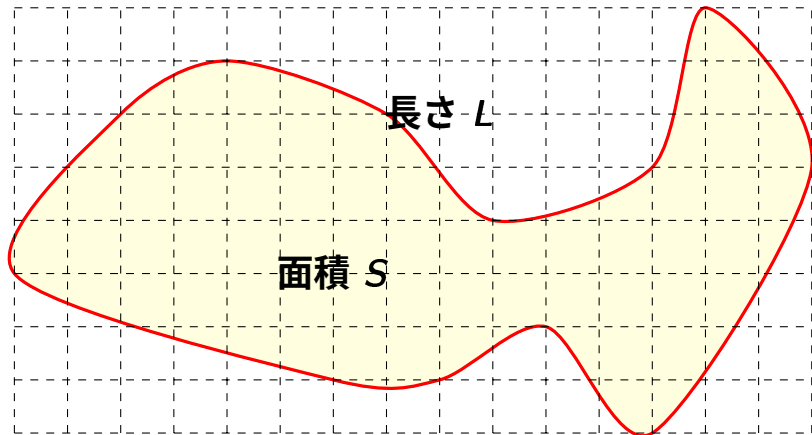
局所と大域 (例)

平面上の曲線



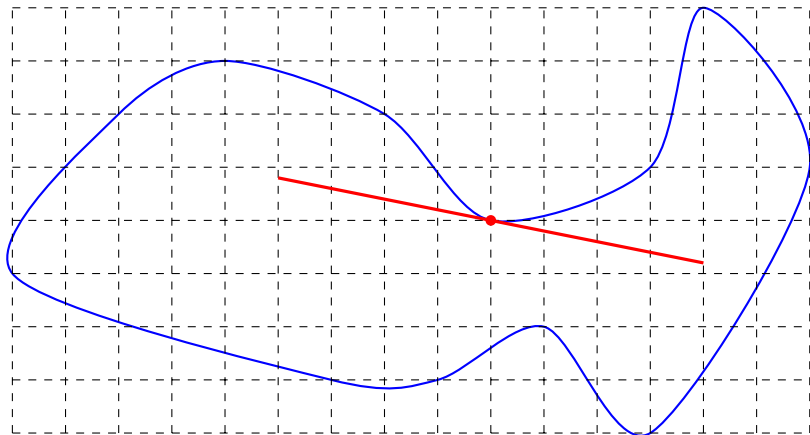
局所と大域 (例)

面積、長さ — 大域的



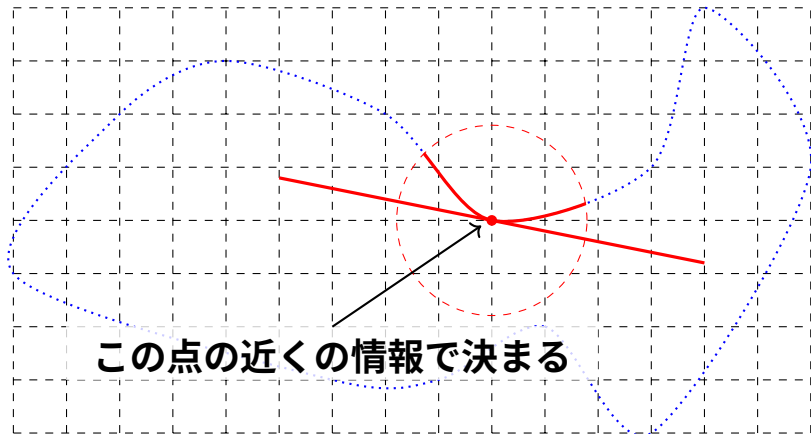
局所と大域 (例)

接線、曲率 — 局所的



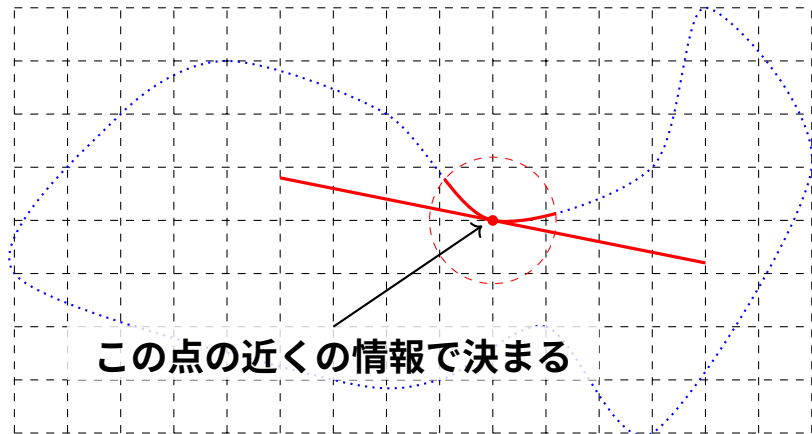
局所と大域 (例)

接線、曲率 — 局所的



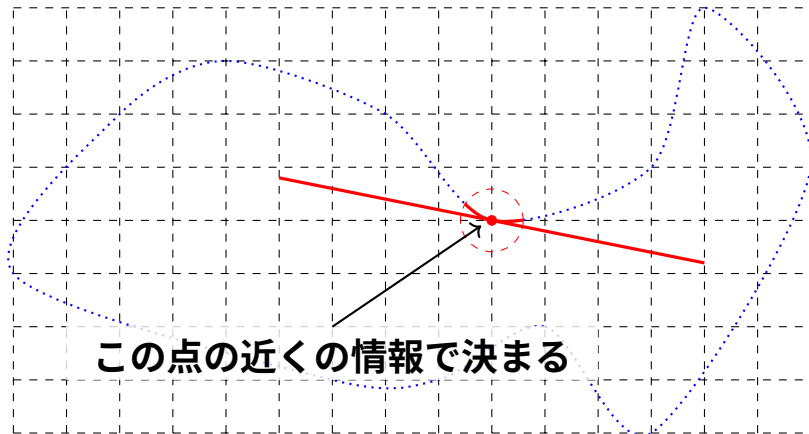
局所と大域 (例)

接線、曲率 — 局所的

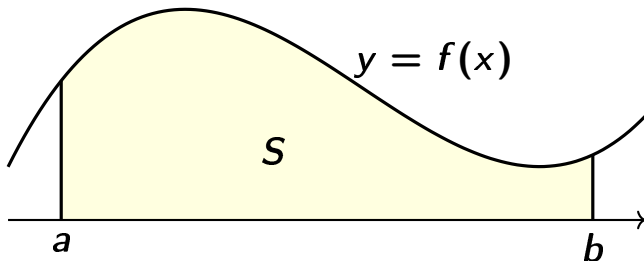


局所と大域 (例)

接線、曲率 — 局所的

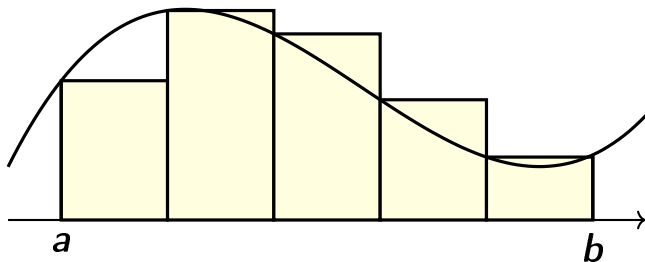


積分



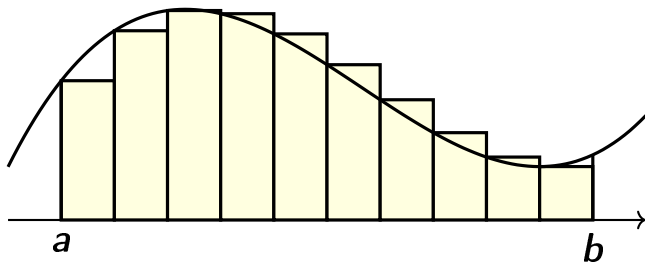
- 関数の値 — 局所的
- 面積 — 大域的

積分



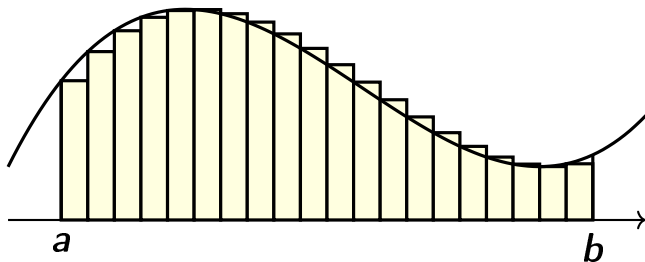
- 関数の値 — 局所的
- 面積 — 大域的

積分



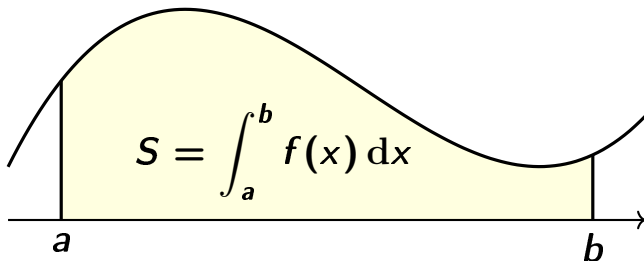
- 関数の値 — 局所的
- 面積 — 大域的

積分



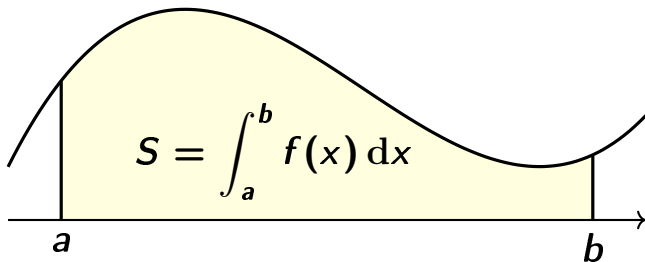
- 関数の値 — 局所的
- 面積 — 大域的

積分



- 関数の値 — 局所的
- 面積 — 大域的

積分

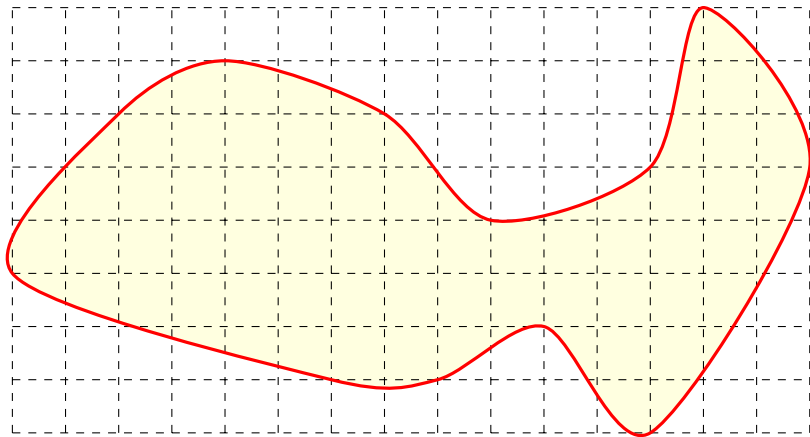


- 関数の値 — 局所的
- 面積 — 大域的

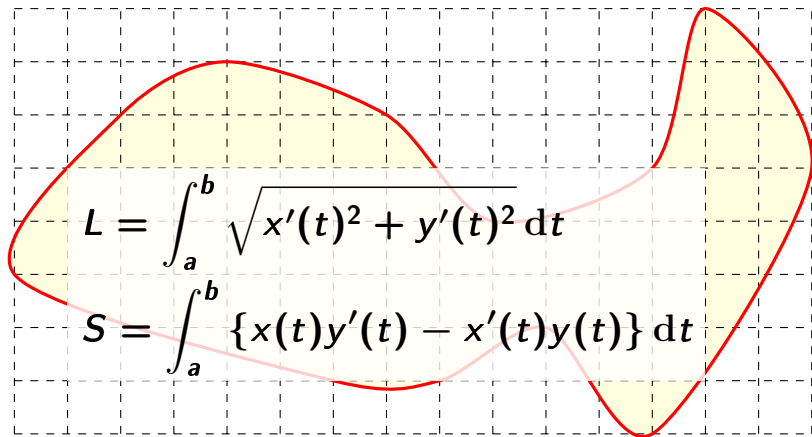
積分

局所的な情報を集めて大域的な情報を得る操作

長さと面積



長さと面積


$$L = \int_a^b \sqrt{x'(t)^2 + y'(t)^2} dt$$
$$S = \int_a^b \{x(t)y'(t) - x'(t)y(t)\} dt$$

全体を一度にとらえることが難しいもの。

- 絵に描けない。
- 測ったり計算したりできない。

全体を一度にとらえることが難しいもの。

- 絵に描けない。
- 測ったり計算したりできない。

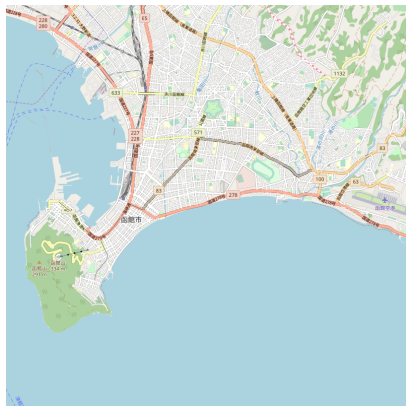
⇒ **局所的**に見ればわかりやすい

- 図示したり測定したり。
- 座標がとれる ⇒ 式で表す。計算する。

地球



球



局所的には平面

地球

例：地球

地球 (の表面) は球面

⇒ 近くを見るだけなら平面とみなせる。

例：地球

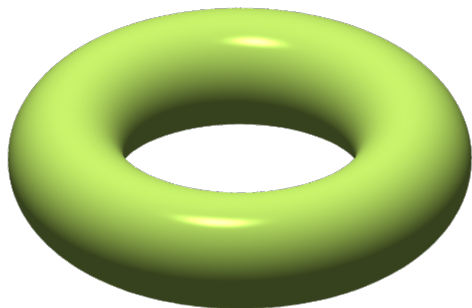
地球 (の表面) は球面

⇒ 近くを見るだけなら平面とみなせる。

球面を局所的に平面で近似

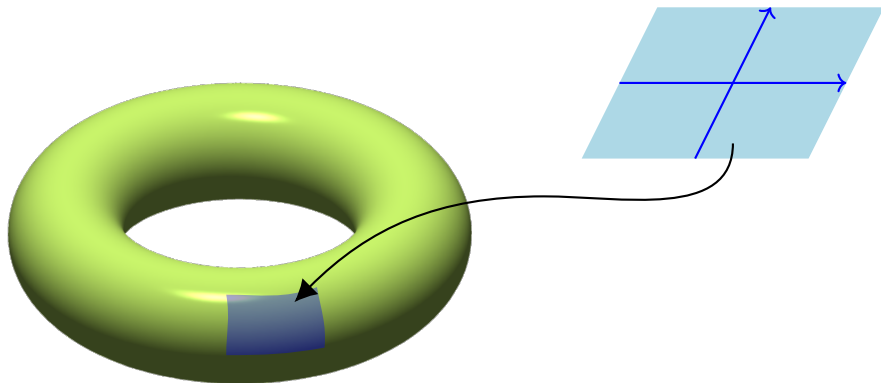
- 地図が描ける
- 平面上で距離や面積の測定
- 位置を座標で表す。

多様体



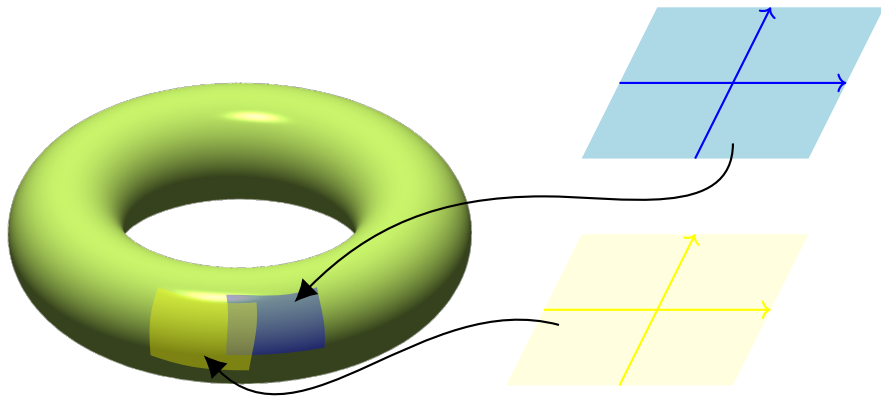
多様体

- 各点の近くでは平面などで近似



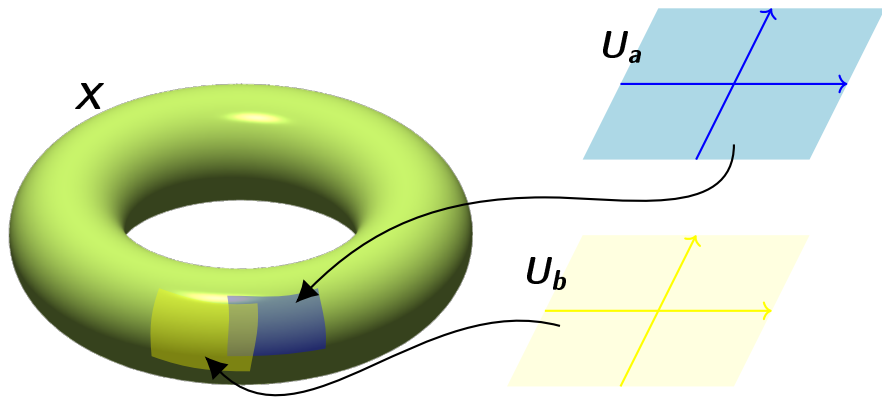
多様体

- 各点の近くでは平面などで近似



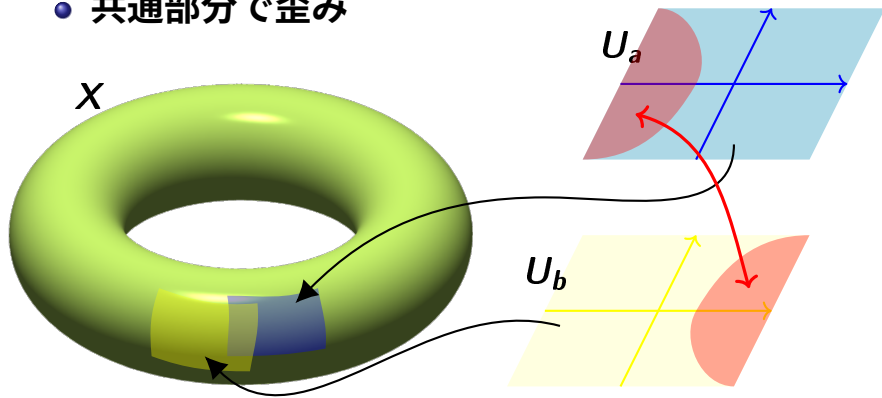
多様体

- 各点の近くでは平面などで近似

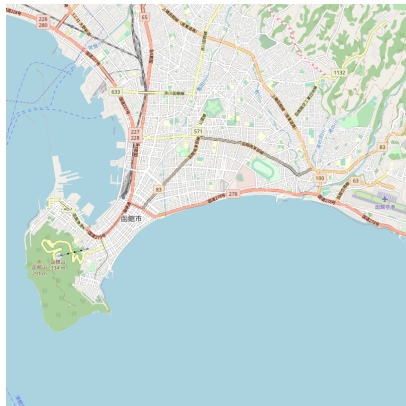
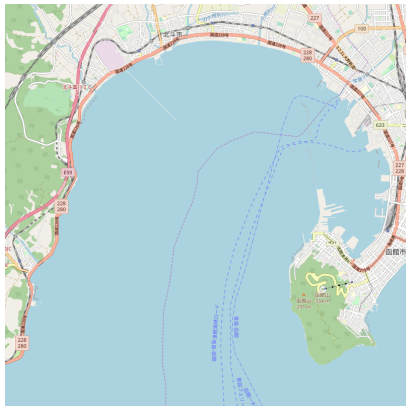


多様体

- 各点の近くでは平面などで近似
- 共通部分で歪み

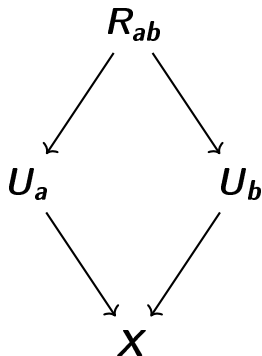


貼り合わせ



2枚の地図を貼り合わせようとするとき歪みが生じる。

局所近似と貼り合わせ

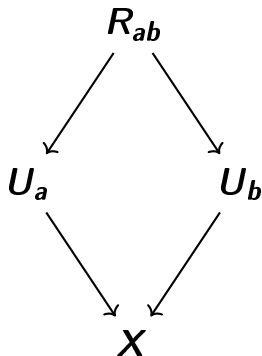


貼り合わせの情報

局所近似

多様体

局所近似と貼り合わせ

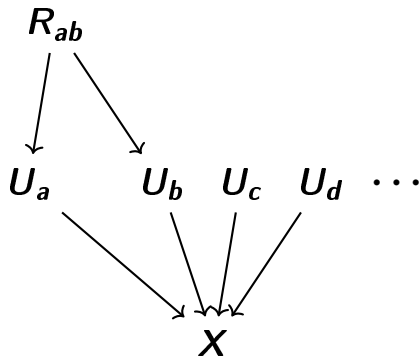


座標変換

局所座標

多様体

局所近似と貼り合わせ

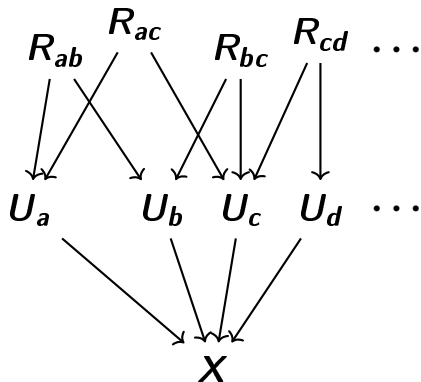


座標変換

局所座標系
— 全体を覆う

多様体

局所近似と貼り合わせ



座標変換

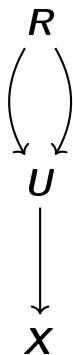
— 共通部分全て

局所座標系

— 全体を覆う

多様体

局所近似と貼り合わせ

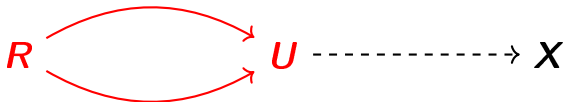


座標変換

局所座標系

多様体

現代幾何の視点



原則

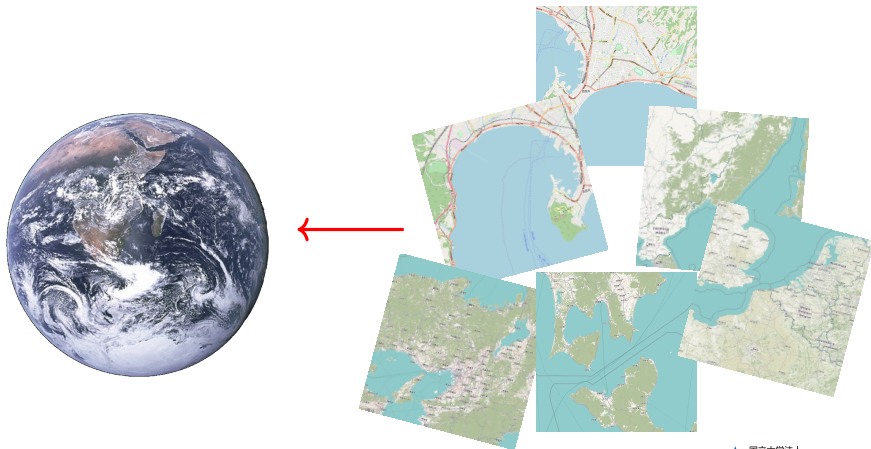
局所的な近似と、その貼り合わせの情報から、全体が分かる。

現代幾何の視点

グローバルな情報は、ローカルな情報系の貼り合わせ。

現代幾何の視点

グローバルな情報は、ローカルな情報系の貼り合わせ。



本資料中の画像は以下のものを利用しました。

- 地球 (ザ・ブルー・マープル) : NASA / Apollo 17 crew
Public Domain, copied from Wikimedia Commons.
- 地図 : ©OpenStreetMap contributors
CC BY-SA, <https://www.openstreetmap.org/>

$\text{\LaTeX}$ (Beamer, Tikz パッケージ) で作成。

青木 昌雄

`aoki.masao@h.hokkyodai.ac.jp`